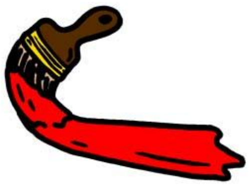
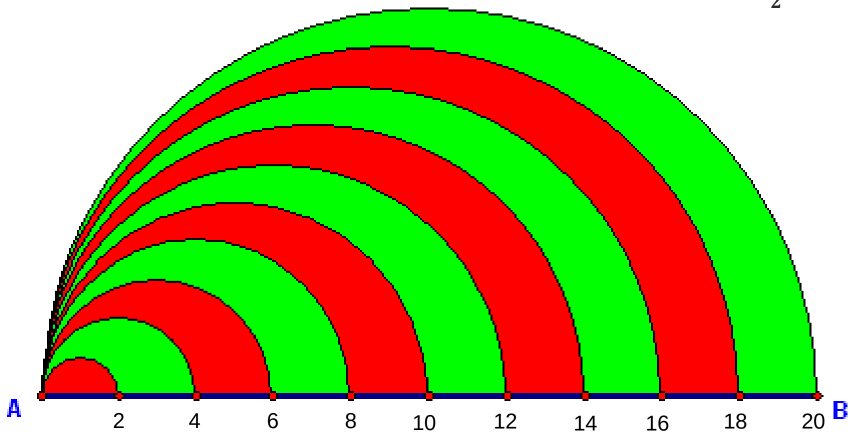
SUB14 - Problema 2
Um projecto para a sala de convívio



RESOLUÇÕES DE PARTICIPANTES

O grupo do António está a fazer um projecto de educação visual para decorar uma das paredes da sala de convívio. O professor explicou que o projecto teria de ser baseado em arcos de circunferência e poderia ser colorido com duas cores à escolha dos alunos. O António e os colegas tiveram uma ideia que até parece inspirada no símbolo da Universidade do Algarve…
O desenho que eles fizeram começa com um segmento de recta AB, com 20 cm, que é dividido em 10 partes iguais e cada arco é uma semicircunferência. A área entre dois arcos consecutivos é pintada alternadamente de vermelho e de verde.
Qual é o valor da diferença entre a área pintada de verde e a área pintada de vermelho?

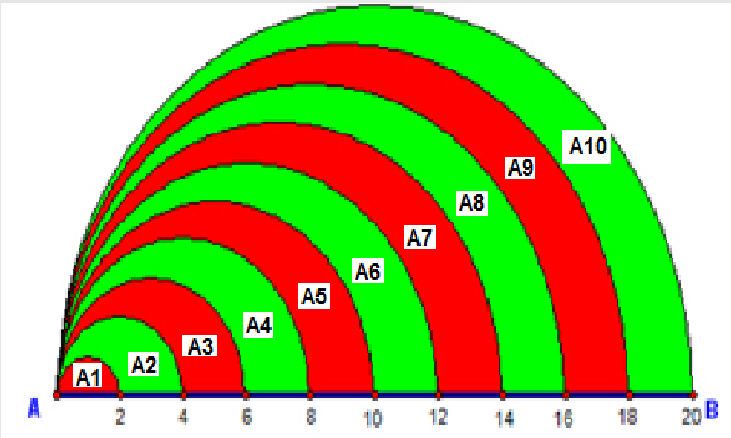
Área do círculo: $A = \pi \times r^2$ **Área do semicírculo:** $A = \frac{\pi}{2} \times r^2$



O Sub14 reserva-se o direito de editar as resoluções de participantes publicadas, exclusivamente no sentido de rectificar pormenores de linguagem ou de correcção matemática, respeitando o processo de resolução apresentado.

Miguel Jerónimo e Mónica Silva,

EB 2,3 Engenheiro Nuno Mergulhão, Portimão



Para o cálculo das áreas utilizaremos uma aproxima
ção do π.

$\pi \simeq 3,14$

$A_1 = \frac{3,14}{2} \times 1^2 = 1,57 \times 1 = 1,57 \text{ cm}^2$

$A_2 = \frac{3,14}{2} \times 2^2 - A_1 = \frac{3,14}{2} \times 4 - 1,57 = 4,71 \text{ cm}^2$

$A_3 = \frac{3,14}{2} \times 3^2 - \frac{3,14}{2} \times 2^2 = 1,57 \times 9 - 1,57 \times 4 = 7,85 \text{ cm}^2$

$A_4 = \frac{3,14}{2} \times 4^2 - \frac{3,14}{2} \times 3^2 = 1,57 \times 16 - 1,57 \times 9 = 10,99 \text{ cm}^2$

$A_5 = \frac{3,14}{2} \times 5^2 - \frac{3,14}{2} \times 4^2 = 1,57 \times 25 - 1,57 \times 16 = 14,13 \text{ cm}^2$

$A_6 = \frac{3,14}{2} \times 6^2 - \frac{3,14}{2} \times 5^2 = 1,57 \times 36 - 1,57 \times 25 = 17,27 \text{ cm}^2$

$A_7 = \frac{3,14}{2} \times 7^2 - \frac{3,14}{2} \times 6^2 = 1,57 \times 49 - 1,57 \times 36 = 20,41 \text{ cm}^2$

$A_8 = \frac{3,14}{2} \times 8^2 - \frac{3,14}{2} \times 7^2 = 1,57 \times 64 - 1,57 \times 49 = 23,55 \text{ cm}^2$

$A_9 = \frac{3,14}{2} \times 9^2 - \frac{3,14}{2} \times 8^2 = 1,57 \times 81 - 1,57 \times 64 = 26,69 \text{ cm}^2$

$A_{10} = \frac{3,14}{2} \times 10^2 - \frac{3,14}{2} \times 9^2 = 1,57 \times 100 - 1,57 \times 81 = 29,83 \text{ cm}^2$

Área verde $= A_2 + A_4 + A_6 + A_8 + A_{10} = 4,71 + 10,99 + 17,27 + 23,55 + 29,83 =$
$= 86,35 \text{ cm}^2$

Área vermelha $= A_1 + A_3 + A_5 + A_7 + A_9 = 1,57 + 7,85 + 14,13 + 20,41 + 26,69 = 70,65 \text{ cm}$

Área verde − Área vermelha $= 86,35 - 70,65 = \underline{15,7 \text{ cm}^2}$

Andreia Costa e Francisca Melo,

EB 2,3 João de Deus, Silves

Nº do arco (do menor para o maior	**Vermelho**	**Verde**
1º	**1,57**	**4,71**
2º	**7,85**	**10,99**
3º	**14,13**	**17,27**
4º	**20,41**	**23,55**
5º	**26,69**	**29,83**
Total	**70,65**	**86,35**

Usando a fórmula 3,14:2 x r x r fazem-se as contas:

1º Vermelho – 3,14:2x1x1 = **1,57**
1º Verde – 3,14:2x2x2=6,28 6,28-1,57* = **4,71**
2º Vermelho – 3,14:2x3x3=14,13 14,13-4,71*-1,57* = **7,85**
2º Verde – 3,14:2x4x4=25,12 25,12-7,85*-4,71*-1,57* = **10,99**
3º Vermelho – 3,14:2x5x5=39,25 39,25-10,99*-7,85*-4,71*-1,57* = **14,13**
3º Verde – 3,14:2x6x6=56,52 56,52-14,13*-10,99*-7,85*-4,71*-1,57* = **17,27**
4º Vermelho – 3,14:2x7x7=76,93 76,93-17,27*-14,13*-10,99*-7,85*-4,71*-1,57* = **20,41**
4º Verde – 3,14:2x8x8=100,48 100,48-20,41*-17,27*-14,13*-10,99*-7,85*-4,71*-1,57* = **23,55**
5º Vermelho – 3,14:2x9x9=127,17 127,17-23,55*-20,41*-17,27*-14,13*-10,99*-7,85*-4,71*-1,57* = **26,69**
5º Verde – 3,14:2x10x10=157 157--26,69*-23,55*-20,41*-17,27*-14,13*-10,99*-7,85*-4,71*-1,57* = **29,85**

86,35-**70,65** = **15,70**

*- parte que se tem de tirar ao semicírculo, visto que se quer calcular o arco.

Miguel Silvério,

EB 2,3 Pedro Nunes, Alcácer do Sal

Resolução:

A primeira coisa que fiz foi descobrir a área da semi-circunferência de 20 cm de diâmetro. Fiz 20 : 2 que dá 10 , depois fiz 10 x 10 que dá 100, calculei 3,14(Pi) : 2, que dá 1,57. Então 100 x 1,57 = 157, portanto a área total pintada de todas as cores é 157. Mas o que interessa a seguir é a área do maior traço verde, para isso eu tenho de saber a área pintada de todas as cores da semi-circunferência de 18 cm de diâmetro. Então fazemos 18 : 2 que dá 9 e depois 9 x 9 que dá 81, e 81 x 1,57 que dá 127,17. Portanto, para saber a área do último traço verde fazemos a diferença 157 **-** 127,17 que dá 29,83.

Depois temos de descobrir a área do maior traço vermelho. Fazemos 16 : 2 que dá 8, depois 8 x 8 que dá 64, e por fim 1,57 x 64 que dá 100,48. Então para a área do último traço vermelho fazemos a diferença 127,17 - 100,48 que dá 26,69. A diferença de áreas entre o maior traço verde e o maior vermelho é 29,83 - 26,69 que dá 3,14. Esta diferença é igual para cada par de traços consecutivos (verde e vermelho) e para saber a diferença entre todos os traços verdes e vermelhos, fazemos 3,14 x 5 (multiplicamos por 5 porque há 5 traços de cada cor) que dá **15,7**. É esta a diferença de áreas entre os traços vermelhos e verdes.

Miguel Silvério,

EB 2,3 Pedro Nunes, Alcácer do Sal

Resolução no Excel:

	J	K	L	M	N	O	P
26		PI	r	A	AV	AE	DIF
27	V	3,14	10	157	29,83		3,14
28	E	3,14	9	127,17		26,69	
29	V	3,14	8	100,48	23,55		3,14
30	E	3,14	7	76,93		20,41	
31	V	3,14	6	56,52	17,27		3,14
32	E	3,14	5	39,25		14,13	
33	V	3,14	4	25,12	10,99		3,14
34	E	3,14	3	14,13		7,85	
35	V	3,14	2	6,28	4,71		3,14
36	E	3,14	1	1,57		1,57	
37							
38					86,35	70,65	15,7

traços vermelhos e encarnados

raios das semicircunferências

áreas das semicircunferências

áreas dos traços verdes

áreas dos traços encarnados

diferença entre as áreas dos traços

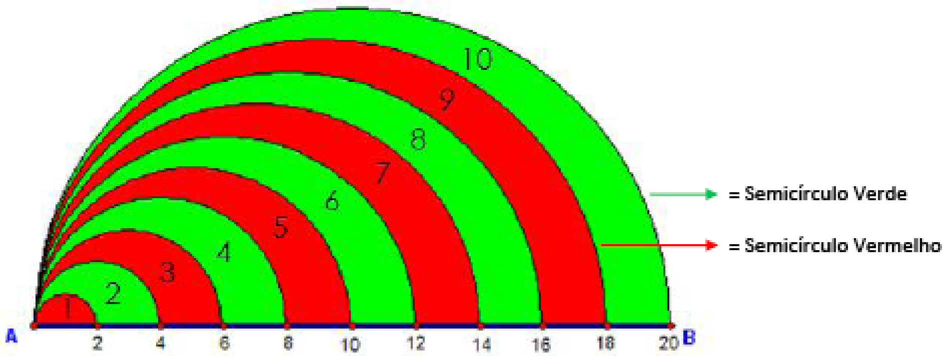
diferença entre a área verde e a vermelha

área total dos traços verdes

área total dos traços encarnados

Jéssica Moura Luís,

Colégio Internacional de Vilamoura, Loulé



Resolução:

Eu fiz a área dos 10 semicírculos que estão representados na figura.

Após a resolução das áreas, subtraí a área do semicírculo que está a tapar o vermelho ou o verde. Exemplo: Fazer a área do semicírculo 5 e subtrair a área do semicírculo 4.

De seguida, somei todas as áreas dos semicírculos vermelhos e verdes. Depois subtraí o verde menos o vermelho que me deu o resultado da diferença entre as duas cores.

1

$A1 = \frac{\pi}{2} \times 1^2 \leftrightarrow 1{,}57\ (2c.d.)$

$A2 = \frac{\pi}{2} \times 2^2 \leftrightarrow 6{,}28\ (2c.d.)$ $\quad 6{,}28 - 1{,}57 = 4{,}71$

$A3 = \frac{\pi}{2} \times 3^2 \leftrightarrow 14{,}14\ (2c.d.)$ $\quad 14{,}14 - 6{,}28 = 7{,}86$

$A4 = \frac{\pi}{2} \times 4^2 \leftrightarrow 25{,}13\ (2c.d.)$ $\quad 25{,}13 - 14{,}14 = 10{,}99$

$A5 = \frac{\pi}{2} \times 5^2 \leftrightarrow 39{,}27\ (2c.d.)$ $\quad 39{,}27 - 25{,}13 = 14{,}14$

$A6 = \frac{\pi}{2} \times 6^2 \leftrightarrow 56{,}55\ (2c.d.)$ $\quad 56{,}55 - 39{,}27 = 17{,}28$

$A7 = \frac{\pi}{2} \times 7^2 \leftrightarrow 56{,}55\ (2c.d.)$ $\quad 76{,}97 - 56{,}5 = 20{,}46$

$A8 = \frac{\pi}{2} \times 8^2 \leftrightarrow 100{,}53\ (2c.d.)$ $\quad 100{,}53 - 56{,}55 = 23{,}56$

$A9 = \frac{\pi}{2} \times 9^2 \leftrightarrow 127{,}23\ (2c.d.)$ $\quad 127{,}23 - 100{,}53 = 26{,}7$

$A10 = \frac{\pi}{2} \times 10^2 \leftrightarrow 157{,}08\ (2c.d.)$ $\quad 157{,}08 - 127{,}23 = 29{,}85$

2

$A2 + A4 + A6 + A8 + A10 = 86{,}39cm^2$

$A1 + A3 + A5 + A7 + A9 = 70{,}69cm^2$

3

$86{,}39cm^2 - 70{,}69cm^2 = 15{,}7cm^2$

Resposta: A diferença entre a área pintada de verde e a área pintada de vermelho é de 15,7cm^2

Ana Filipa Marreiros e Santos,

EBI/JI de Aljezur

Vou colocar uma letra para cada parte do semicírculo

	área do semicirculo	área da zona considerada
A	1,57	1,57
B	6,28	4,71
C	14,13	7,85
D	25,12	10,99
E	39,25	14,13
F	56,52	17,27
G	76,93	20,41
H	100,48	23,55
I	127,17	26,69
J	157	29,83

área verde	86,35
àrea vermelha	70,65
Diferença entre área verde e área vermelha	15,7

Joana Gonçalves, Mafalda Brás e Carolina Domingos

EB 2,3 de Santo António, Faro

Admitindo que:
A – área a vermelho mais à esquerda = área de um semicírculo de raio1;
B – área a verde adjacente a A = área de um semicírculo de raio2 - área de um semicírculo de raio1
C – área a vermelho adjacente a B = área de um semicírculo de raio3 - área de um semicírculo de raio2
D – área a verde adjacente a C = área de um semicírculo de raio4 - área de um semicírculo de raio3
E – área a vermelho adjacente a D = área de um semicírculo de raio5 - área de um semicírculo de raio4
F – área a verde adjacente a E = área de um semicírculo de raio6 - área de um semicírculo de raio5
G – área a vermelho adjacente a F = área de um semicírculo de raio7 - área de um semicírculo de raio6
H – área a verde adjacente a G = área de um semicírculo de raio8 - área de um semicírculo de raio7
I – área a vermelho adjacente a H = área de um semicírculo de raio9- área de um semicírculo de raio8
J – última área a verde, adjacente a I = área de um semicírculo de raio10 - área de um semicírculo de raio9

	ÁREA (cm^2)	TOTAL
A	**≈1.5708**	
B	**≈4.7124**	**A vermelho**
C	**≈7.8540**	**70.6859**
D	**≈10.9956**	
E	**≈14.1372**	
F	**≈17.2786**	
G	**≈20.4204**	**A verde**
H	**≈23.5619**	**86.3936**
I	**≈26.7035**	
J	**≈29.8451**	

A diferença entre a área pintada a verde e a área pintada a vermelho é aproximadamente 15.7077 cm^2.

Ana Filipa Ramalhadeiro,

ES/ 3 Padre António Macedo, Santiago do Cacém

Vou fazer os 3 primeiros exemplos porque depois consigo identificar os outros sem fazer muitas contas. Mas em primeiro lugar vou mostrar que a sequência vai de 2 em 2 (na tabela).

$A_1 = \frac{\pi}{2} \times 1^2 = \frac{1\pi}{2}$	Vermelho
$A_2 = \frac{\pi}{2} \times 2^2 = \frac{4\pi}{2}$ $\quad \frac{4\pi}{2} - \frac{1\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}$	Verde
$A_3 = \frac{\pi}{2} \times 3^2 = \frac{9\pi}{2}$ $\quad \frac{9\pi}{2} - \frac{4\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$	Vermelho
$A_4 = \frac{7\pi}{2}$	Verde
$A_5 = \frac{9\pi}{2}$	Vermelho
$A_6 = \frac{11\pi}{2}$	Verde
$A_7 = \frac{13\pi}{2}$	Vermelho
$A_8 = \frac{15\pi}{2}$	Verde
$A_9 = \frac{17\pi}{2}$	Vermelho
$A_{10} = \frac{19\pi}{2}$	Verde

Depois junto todos os verdes e todos os vermelhos.
Descobri que os verdes vão de 4 em quarto, tal e qual os vermelhos.
Verdes – 3; 7; 11; 15; 19;
Vermelhos – 1; 5; 9; 13; 17;

Agora faço 3+7+11+15+19 para saber a área que cabe aos verdes e para saber a área dos vermelhos faço 1+5+9+13+17.
Verdes – 3+7+11+15+19=55
Vermelhos – 1+5+9+13+17=45

E por último subtraio os dois resultados para saber a diferença:
55-45=10

O valor da diferença entre a área pintada de verde e a área pintada de vermelho é de $10\frac{\pi}{2}$ cm^2.